Le bâton de Jacob

Michel FRECHET

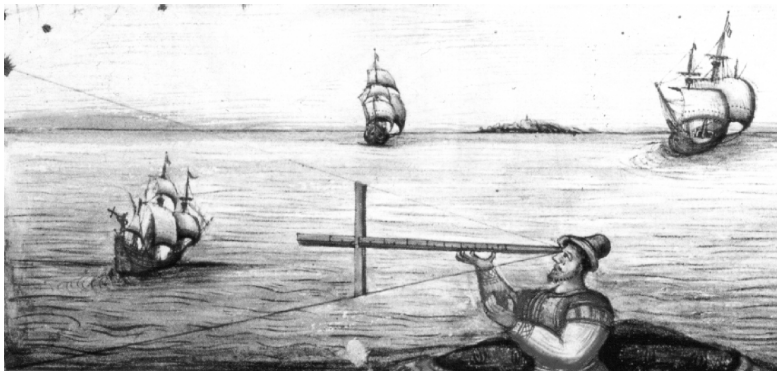
23 décembre 2005

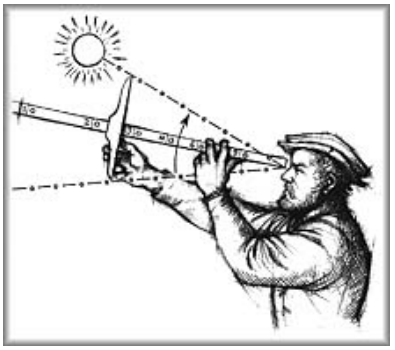
1 Historique

1.1 Astronomie

Les astronomes utilisaient le « *bâton de Jacob* » pour mesurer l'angle entre les directions de deux étoiles. Les officiers de marine mesuraient l'altitude du soleil de midi au-dessus de l'horizon, ce qui leur permettait d'estimer leur latitude. Divers moyens ont été employés pour empêcher ou réduire l'éblouissement de l'oeil par l'éclat du soleil. Colomb aurait employé un bâton de Jacob, qui aurait également fait partie de l'équipement de bord du « Mayflower ».

Pour connaître la latitude, il faut calculer la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon. Le bâton de Jacob, ou arbalète, fut longtemps l'instrument de mesure préféré des navigateurs. C'est un bâton à section carrée sur lequel coulisse une tige disposée à angle droit. En visant, le navigateur déplace la tige de façon à voir le soleil à son extrémité supérieure et l'horizon à l'extrémité inférieure. Il peut alors lire la hauteur sur une échelle.





1.2 Mesure de grandeurs inaccessibles

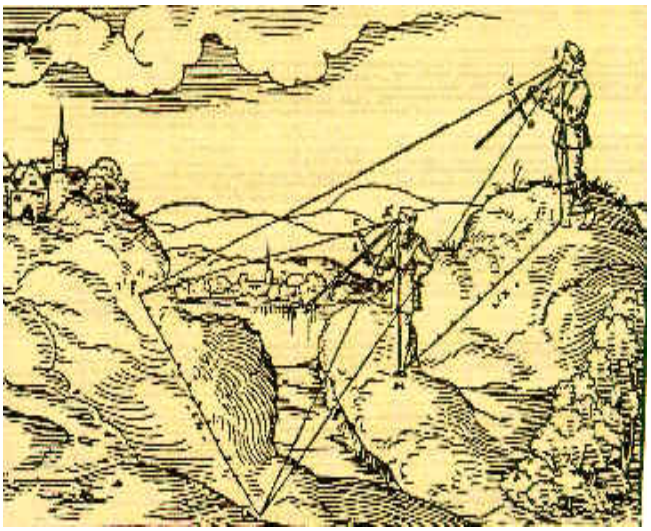
Inventé, semble-t-il, par LEVI BEN GERSON[1] à Bagnols sur Cèze au XIV^{e} siècle, le *baston pour mesurer*, comme son nom ne l'indique pas, est composé de deux bâtons perpendiculaires régulièrement gradués, le plus grand coulissant à l'intérieur du plus petit dont la longueur correspond à une des graduations du grand.

Ce bâton est très utile pour évaluer les longueurs totalement inaccessibles, à condition toutefois qu'il puisse leur être placé perpendiculairement. Voici le mode d'emploi (f° 7 verso) :

> *Il te faut remuer le plus petit baston cd, dessus celle separation qu'on voudra du plus grand baston, comme par exemple, dessus la seconde, depuis le terme a vers b. Puis apres, ayant mis l'œil en a, & abaissé le plus grand baston vers la ligne droicte a mesurer fg, tu trouueras*[2] *les extremes du plus petit baston vers les extremes d'icelle ligne à mesurer, c'est à sçauoir, le dextre d, vers le dextre g, & le senestre c, vers le senestre f. Apres cela tu t'auanceras ou incontinent te reculeras, iusques a ce que par les extremes c, & d, du mesme plus petit baston, tu viennes à comprendre ensemble, l'vn & l'autre terme de la ligne à mesurer, des rayons visuels acf, & adg : ce qu'estant faict tu marqueras le lieu de la demeure de tes piedz par la lettre h. De rechef il te faut remuer le mesme plus petit baston cd, en la prochaine separation d'icelluy plus grand baston : mais vers a, si tu es contrainct d'approcher vers la ligne à mesurer : ou vers b, si tu veux reculer de la mesme ligne [...] Et derechef l'œil estant mis en a, auance toy, ou reculle, iusques a ce que pareillement d'vn seul aspect, tu puisses comprendre par les mesmes extremes du plus petit baston c, & d, les prenommez termes de la ligne donnée fg. Ce qu'ayant faict, remarque le lieu de ceste seconde demeure, comme pour exemple par la lettre i. Autant donc qu'il y aura entre la premiere demeure & la seconde, c'est à dire entre les lettres h, & i, tu concluras la ligne proposée fg, estre autant. Soit donques mesurée hi, & l'on aura la longueur fg.*

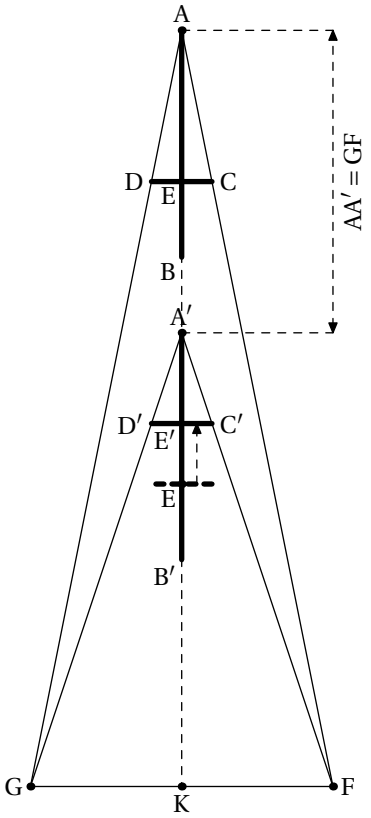
[1] Rabbi Levi ben Gershon, 1288 – 1344

[2] c'est sans doute "tourneras" qu'il faut lire.



En bref, le bâton transversal est placé à une certaine graduation du grand et l'on vise FG, de manière à réaliser les alignements A, C, F et A, D, G. Le petit bâton étant déplacé à l'une des graduations qui jouxtent la précédente, on se déplace afin de réaliser de nouveau l'alignement. La distance HL entre les deux positions est la longueur cherchée. Joli, hein ?

2 Mathématiques



Les données sont :

$$CD = C'D' = EE'$$

On va montrer que :

$$AA' = GF$$

On a :

$$\frac{CD}{GF} = \frac{AE}{AK} \iff AK \times CD = AE \times GF$$

et

$$\frac{C'D'}{GF} = \frac{CD}{GF} = \frac{A'E'}{A'K} = \frac{AE - CD}{AK - AA'}$$

Ainsi :

$$\frac{AE}{AK} = \frac{AE - CD}{AK - AA'} \iff AE \times AK - AE \times AA' = AK \times AE - AK \times CD$$

$$\iff AE \times AA' = AK \times CD = AE \times GF \implies \boxed{AA' = GF}$$